BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA  
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ THI CHÍNH THỨC** Môn: TOÁN  
Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)  
Ngày thi thứ nhất: 25/12/2024  
Đề thi gồm 01 trang, 03 câu  
**Câu 1** (7,0 điểm)  
Xét đa thức   
a) Chứng minh rằng với mọi số dương , đa thức có duy nhất một nghiệm dương.  
b) Xét dãy số được xác định bởi và với mọi , là nghiệm dương của đa thức  
. Chứng minh rằng dãy có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.  
**Câu 2** (7,0 điểm)  
Với mỗi số nguyên , đặt .  
a) Chứng minh rằng là số nguyên dương với mọi . Khi thay đổi, số dư của khi chia cho  
24 lớn nhất bằng bao nhiêu?  
b) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương với nhỏ hơn 500 sao cho với mọi lẻ ta có  
 (mod 1111).  
**Câu 3** (6,0 điểm)  
Cho tam giác nhọn không cân nội tiếp đường tròn và có trực tâm . Đường thẳng cắt  
lại tại điểm khác . Gọi và tương ứng là trung điểm các đoạn thẳng và . Đường  
thẳng đi qua và vuông góc với cắt đường thẳng tại điểm .  
a) Đường thẳng cắt lại tại điểm khác . Chứng minh rằng giao điểm của đường thẳng   
và đường trung trực của đoạn thẳng nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác .  
b) Đường thẳng đi qua và vuông góc với cắt đường thẳng tại điểm . Đường thẳng   
cắt lại tại điểm khác . Gọi và tương ứng là giao điểm của các cặp đường thẳng  
 và . Gọi là giao điểm của cặp đường thẳng và là  
đường thẳng đi qua và vuông góc với . Chứng minh rằng đi qua trung điểm của đoạn thẳng .  
  
\* Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay;  
\* Giám thị **KHÔNG** giải thích gì thêm.